

文章编号:1000-8055(2012)01-0198-05

基于数控切齿的弧线齿面齿轮啮合特性研究

蔡香伟, 方宗德, 苏进展
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 研究了弧线齿面齿轮的数控切齿及其啮合特性. 基于假想产形齿轮的概念, 同时考虑了刀具法向截面的修形, 推导弧线齿面齿轮的齿面方程; 以坐标变换为工具, 建立其机床加工模型, 确定各运动轴的多项式表达式; 在此基础上, 建立了考虑安装误差的弧线齿面齿轮副接触分析模型. 计算结果表明: 通过面齿轮的齿面修形, 可以降低啮合转换点处的传动误差幅值, 并获得较好的传动误差曲线.

关 键 词: 弧线齿面齿轮; 齿面修形; 齿面加工; 轮齿接触分析(TCA); 传动误差
中图分类号: TH132 **文献标志码:** A

Study on meshing characteristics of face gear drive with arcuate tooth based of manufacture on NC machine

CAI Xiang-wei, FANG Zong-de, SU Jin-zhan

(School of Mechanical Engineering,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Numerical control machining of face gear with arcuate tooth has been proposed, and the meshing characteristics was investigated. Tooth surface equation that was based on the concept of imaginary gear cutter has been derived, flank modification had also been considered; the machining principle in the general multi-axle numerical control machine tool was created by using coordinate transformation, then the polynomial expression of the motion axes can be obtained; tooth contact analysis (TCA) model under different assembly conditions was established. The numerical results reveal that the bearing contacts are not sensitive to the errors of misalignments, and a more favorable type of parabolic function of transmission errors with better symmetry and reduced amplitude may be obtained according to the modification of the face gear.

Key words: face gear with arcuate tooth; flank modification; tooth surface machining; tooth contact analysis (TCA); transmission errors

面齿轮传动是一种圆柱齿轮与圆锥齿轮相啮合的齿轮传动. 由于在分流/汇流传动中的独特性, 面齿轮副已应用于直升机主传动系统中. 目前, 国内外对直、斜齿面齿轮的齿面几何结构、优化设计、制造技术做了大量研究^[1-7]. 弧线齿面齿轮传动是一种新型的齿轮传动机构, 我单位拥有

自主知识产权^[8], 并对齿面设计作了一定的研究^[9-10]. 大小轮在传动中凸凹两啮合齿面为点接触, 两啮合齿面曲率差较小, 可相互包容, 重合系数较大. 因此, 传动平稳, 噪声小. 此外, 弧线齿面齿轮制造工艺相对简单, 在普通多轴联动数控机床上使用常规的格里森刀盘即可实现加工.

收稿日期: 2011-02-21; 修订日期: 2011-09-02

基金项目: 国家自然科学基金(50875211)

作者简介: 蔡香伟(1987—), 男, 安徽宿州人, 博士生, 主要从事齿轮的设计制造研究.

论文首先基于假想产形齿轮的概念,推导了弧线齿面齿轮的齿面方程,为了改善齿面啮合性能,可沿齿面齿廓方向修形;以坐标变换为工具,建立弧线齿面齿轮在数控机床上的加工模型;最后,依据两齿面连续相切的条件,分析弧线齿面齿轮副的啮合特性。

1 弧线齿面齿轮齿面方程推导

弧线齿面齿轮的齿面展成原理是借鉴假想产形齿轮的概念。图 1 所示,具有一定刀倾角的刀盘绕自身轴线旋转形成切削锥面,同时回转刀盘作圆周运动,相当于假想产形齿轮的轮齿。被加工齿轮与假想产形齿轮以一定的滚比做啮合运动,刀盘则在工件轮坯上切出齿槽。齿坯快速退出,进行分度以切削下一个齿槽,直至加工出所有齿槽。

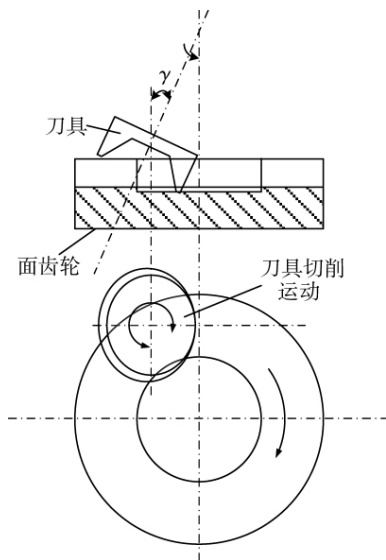


图 1 弧线齿面齿轮齿面展成原理图

Fig. 1 Generating mechanism for face gears with arcuate teeth

1.1 假想产形齿轮齿面方程

刀盘的法向工作齿廓如图 2 所示,文中对刀盘内刀刃修形(加工面齿轮凸面),以抛物线齿廓代替直线齿廓。坐标系 S_i, S_n 固联于刀盘的法向截面, u_g 是沿齿廓方向的参数, $a_m = m_n \pi / 4$ 为齿宽中点半齿厚, m_n 为法面模数, α_n 为法面压力角, R_i 为刀盘的回转半径, a_i 是抛物线修形系数,为避免刀盘与已加工轮齿齿面发生干涉,可将刀盘倾斜一定角度(即具有刀倾角 γ)。齿廓方程在坐标系 S_i, S_n 中分别表示为

$$\mathbf{r}_i = [u_g \quad -a_i u_g^2 \quad 0 \quad 1]^T \quad (1)$$

$$\mathbf{r}_a = \mathbf{M}_{ai} \mathbf{r}_i \quad (2)$$

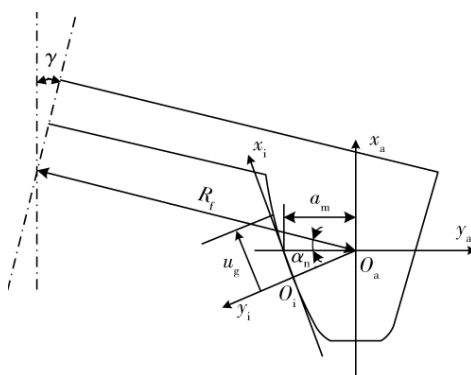


图 2 法向齿廓

Fig. 2 Normal section of gear cutter

产形齿轮的形成过程如图 3 所示, S_c, S_s 分别为刀盘、产形齿轮的动坐标系, S_c 与 S_d 描述了刀盘绕轴线的转动, S_a, S_b 及 S_e, S_f 用于表述刀倾角的变换。 $r_{ps} = 0.5 m_n N_s$ 为假想产形齿轮节圆半径, N_s 为产形齿轮齿数。

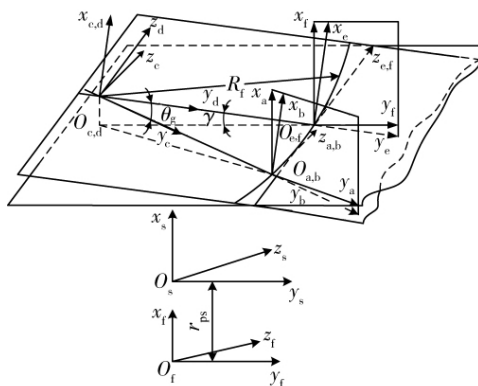


图 3 假想产形齿轮坐标系

Fig. 3 Imaginary gear

经齐次坐标变换, 产形齿轮齿面 Σ_s 在 S_s 中表示为

$$\mathbf{r}_s(u_g, \theta_g) = \mathbf{M}_{sf} \mathbf{M}_{fe} \mathbf{M}_{ed} \mathbf{M}_{dc} \mathbf{M}_{cb} \mathbf{M}_{ba} \mathbf{r}_a \quad (3)$$

1.2 弧线齿面齿轮齿面方程

图 4 为弧线齿面齿轮的展成坐标系, S_m, S_k 分别为产形齿轮与面齿轮的固定坐标系, S_s, S_2 分别为产形齿轮和面齿轮动坐标系. 展成面齿轮是模拟两个轮齿的啮合过程, r_{p2} 为面齿轮齿宽中点半径, φ_g, φ_2 为产形齿轮和面齿轮的加工转角, 且 $\varphi_2 = N_s \varphi_g / N_2$, N_2 为面齿轮的齿数.

弧线齿面齿轮齿面 Σ_2 在 S_2 中表示如下:

$$\mathbf{r}_2(u_g, \theta_g, \varphi_g) = \mathbf{M}_{2s}(\varphi_g) \mathbf{r}_s(u_g, \theta_g) \quad (4)$$

式(4)中 $M_{2s} = M_{2k}M_{km}M_{ms}$ 为坐标系 S_s 到 S_2 的

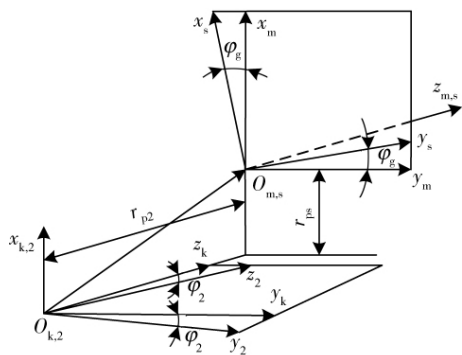


图 4 弧线齿面齿轮展成坐标系

Fig. 4 Coordinate systems for face gear generation

变换矩阵. 根据微分几何的包络原理, 啮合方程为

$$f(u_g, \theta_g, \varphi_g) = \left(\frac{\partial r_2}{\partial u_g}, \frac{\partial r_2}{\partial \theta_g}, \frac{\partial r_2}{\partial \varphi_g} \right) = 0 \quad (5)$$

联立式(4)、式(5)可建立弧线齿面齿轮的齿面模型.

2 机床加工的数学模型

上述齿面方程的推导是一种模拟展成过程, 本节将建立面齿轮在普通多轴联动数控机床上加工的数学模型. 在数控机床加工时, 必须保证刀盘与工件的相对位置和相对运动与模拟加工过程一致^[11-12]. 即在两种过程中, 由刀盘的动坐标系 S_c 到面齿轮的动坐标系 S_2 的变换矩阵对应相等, 即可保证能加工出相同的齿面.

根据第一节的展成运动分析, 由图 3、图 4 可知, 坐标系 S_c 到 S_2 的坐标变换为

$$M_{2c}^G(\varphi_g, \theta_g) = M_{2k} M_{km} M_{ms} M_{sl} M_{fe} M_{ed} M_{dc} \quad (6)$$

式中上标 G 表示面齿轮的模拟加工过程.

在数控机床上加工面齿轮时, 可建立如图 5 所示的机床坐标系, 刀具与工件的相对运动被分解为 X, Y, Z 三个方向的直线运动和三个回转运动 ψ, μ, θ_t . 工件和刀盘由数控轴带动通过复合空间运动完成实际的展成运动. 此时, 坐标系 S_c 到 S_2 的坐标变换为

$$M_{2c}^C(X, Y, Z, \psi, \mu, \theta_t) = M_{2q} M_{qt} M_{td} M_{dc} \quad (7)$$

式中上标 C 表示在数控机床上加工面齿轮.

联立式(6)、式(7)有

$$M_{2c}^C(X, Y, Z, \psi, \mu, \theta_t) = M_{2c}^G(\varphi_g, \theta_g) \quad (8)$$

得到机床数学模型为

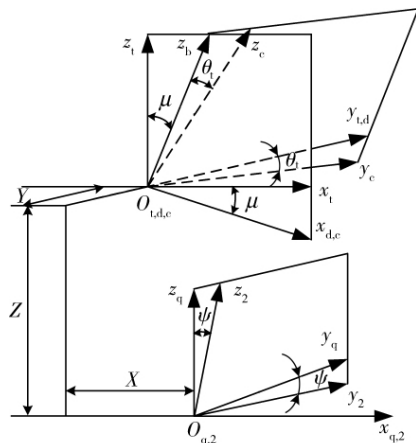


图 5 数控机床加工坐标系

Fig. 5 Coordinate systems for NC (numerical control) machine

$$\begin{cases} X = -[R_f \sin(\gamma - \varphi_g) + r_{ps}(1 - \cos \varphi_g)] \\ Y = r_{p2} \\ Z = R_f \cos(\gamma - \varphi_g) - r_{ps} \sin \varphi_g \\ \mu = \gamma - \varphi_g \\ \psi = \frac{\pi}{2} + \frac{N_s \varphi_g}{N_2} \\ \theta_t = \frac{\pi}{2} + \theta_g \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可知, 在做展成运动分析时, 工件只作 X, Z 轴方向的平动, 刀盘与工件在 Y 轴方向无相对运动. 回转运动 ψ, μ 分别用来描述工件的转动和使机床改变工件和刀具两轴线之间夹角的转动. 刀盘绕其轴线的转动, 不参与面齿轮的齿面形成过程. 为方便数控编程, 各运动轴的表达式可用参考点($t=0$)的泰勒展式表达, 如 X 轴可用四阶多项式表示如下:

$$x = x_0 + x_1 t + x_2 t^2 + x_3 t^3 + x_4 t^4 \quad (10)$$

式中各阶系数可通过参考点处求导获得.

在切制面齿轮试件时, 首先采用标准的直齿廓格里森刀盘对毛坯件粗铣, 然后通过修正的砂轮刀具进行磨削以达到要求的齿形.

3 齿面接触分析

两齿面 Σ_1 和 Σ_2 在固定坐标系 S_f 中连续接触相切, 齿面的位置矢量和法向矢量分别相等, 图 6 所示为两齿面啮合坐标系, 辅助坐标系 S_p, S_q, S_h 和 S_c 模拟了齿轮间的装配误差, ΔE 为轴向交错位移, Δq 为面齿轮的轴向偏移误差, $\Delta \gamma$ 为轴交角误差. 对于弧线齿圆柱齿轮, 其齿面已不是标准的渐开线齿廓, 齿面方程建立可参照文献^[10, 13].

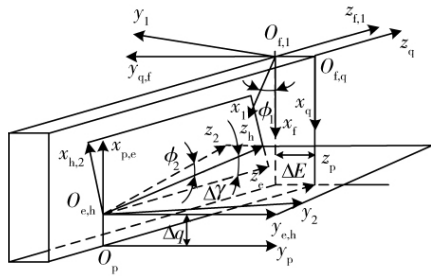


图 6 齿面啮合坐标系

Fig. 6 Coordinate systems applied for gear meshing

在固定坐标系 S_f 中圆柱齿轮齿面 Σ_1 , 面齿轮齿面 Σ_2 及其单位法向矢量可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_f^1(u_p, \theta_p, \varphi_p, \phi_1) = \mathbf{M}_{f1}(\phi_1) \mathbf{r}_1(u_p, \theta_p, \varphi_p) \\ \mathbf{n}_f^1(u_p, \theta_p, \varphi_p, \phi_1) = \mathbf{L}_{f1}(\phi_1) \mathbf{n}_1(u_p, \theta_p, \varphi_p) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \mathbf{r}_f^2(u_g, \theta_g, \varphi_g, \phi_2) = \mathbf{M}_{f2}(\phi_2) \mathbf{r}_2(u_g, \theta_g, \varphi_g) \\ \mathbf{n}_f^2(u_g, \theta_g, \varphi_g, \phi_2) = \mathbf{L}_{f2}(\phi_2) \mathbf{n}_2(u_g, \theta_g, \varphi_g) \end{cases} \quad (12)$$

$$\mathbf{M}_{f2} = \mathbf{M}_{f1} \mathbf{M}_{qp} \mathbf{M}_{pe} \mathbf{M}_{eh} \mathbf{M}_{h2} \quad (13)$$

式中 u_p, θ_p, φ_p 及 u_g, θ_g, φ_g 分别是圆柱齿轮及面齿轮的齿面参数, ϕ_1, ϕ_2 分别是两轮的啮合转角; $\mathbf{M}_{f1}$ 是 S_1 到 S_f 的变换矩阵, $\mathbf{L}_{f1}$ 是 3×3 旋转变换矩阵; $\mathbf{M}_{f2}$ 是 S_2 到 S_f 的变换矩阵, $\mathbf{L}_{f2}$ 是其 3×3 旋转变换矩阵.

轮齿接触分析(TCA)的基本方程为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_f^1(u_p, \theta_p, \varphi_p, \phi_1) = \mathbf{r}_f^2(u_g, \theta_g, \varphi_g, \phi_2) \\ \mathbf{n}_f^1(u_p, \theta_p, \varphi_p, \phi_1) = \mathbf{n}_f^2(u_g, \theta_g, \varphi_g, \phi_2) \end{cases} \quad (14)$$

将以上两矢量方程向坐标轴投影,可以得到 6 个标量方程,由于 $|\mathbf{n}_f^1| = |\mathbf{n}_f^2| = 1$, 所以,只能得到 5 个独立的标量方程,而未知量却有 8 个,取 ϕ_1 为输入量,联立两个啮合方程式就可得到两齿面的一个接触点,然后以一定步长改变 ϕ_1 值,继续求解,直至求出的接触点超出齿面的有效边界,即可得到齿面的啮合轨迹.

4 算例

弧线齿面齿轮副基本参数列于表 1 中. 将面齿轮设计参数代入式(9)中,得到各运动轴的参数表达式,并用四阶多项式表示,由此建立弧线齿面齿轮的三维实体模型,如图 7 所示.

以圆柱齿轮凹面与面齿轮凸面进行啮合. 分别对修形前后的齿轮副进行几何接触分析,得到结果如图 8 所示.

表 1 弧线齿面齿轮基本参数

Table 1 Design parameters of face gear

参数	数值
圆柱齿轮齿数 N_1	42
面齿轮齿数 N_2	180
产形齿轮齿数 N_s	45
法向模数 m_n/mm	3.0
法向齿顶高系数	1.0
法向齿根高系数	1.25
压力角 $\alpha_n/(\circ)$	22
初始刀倾角 $\gamma/(\circ)$	8
刀盘半径 R_f/mm	120
外切削刃刀尖半径/ mm	120.83
内切削刃刀尖半径/ mm	119.17
抛物线修形系数 a_i	0.01

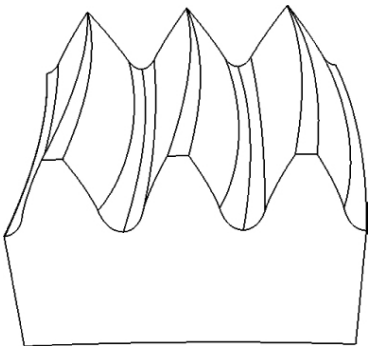
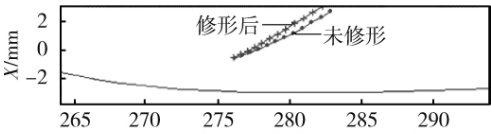
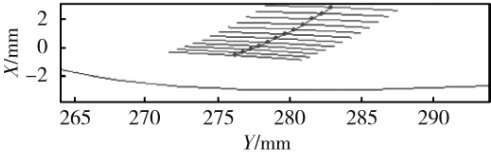


图 7 弧线齿面齿轮

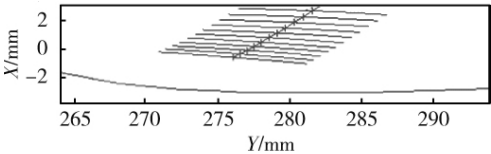
Fig. 7 Face gear with arcuate teeth



(a) 啮合轨迹图



(b) 修形前齿面接触印痕



(c) 修形后齿面接触印痕

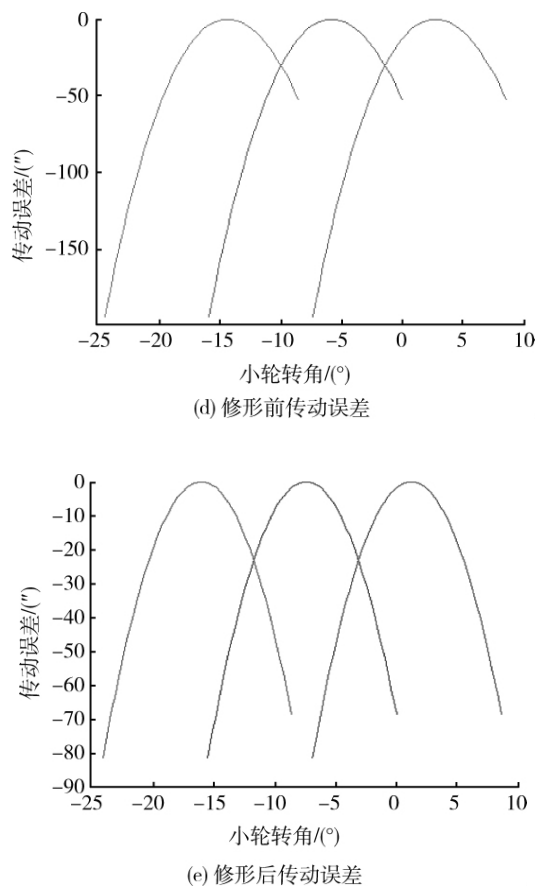


图 8 面齿轮齿面修形前后 TCA 结果对比图

Fig. 8 Comparison of contact pattern and transmission errors before and after modification of the face gear

沿着齿廓方向对面齿轮齿面进行修形,刀盘法向齿廓为抛物线下凹,接近于渐开线齿形,轮齿接触分析(TCA)结果见于图 8,修形后面齿轮齿面上的啮合迹线向小端略有移动.从图 8(d)、图 8(e)可知,对未加修形的弧线齿面齿轮副,传动误差幅值较大,啮合转换点传动误差幅值为 $30.3757''$;修形后,传动误差曲线幅值明显降低,啮合转换点处传动误差幅值亦随之减小为 $23.1895''$,且传动误差曲线的对称性较好.通过对面齿轮齿廓方向修形,可有效改善齿轮副的啮合特性.

图 9 是安装误差分别为 $\Delta E=0.2\text{ mm}$, $\Delta q=0.3\text{ mm}$, $\Delta\gamma=0.01^\circ$ 时的齿面啮合轨迹.从图中可知,轴向交错位移、轴向偏移误差可以引起接触区的移动,但改变不明显;而轴交角误差会对接触区带来较大影响,如图 9(c)所示.此时,接触区域面积减小,啮合过程中可能会引起应力集中等现象,因此在安装时应避免出现敏感的安装误差向量.

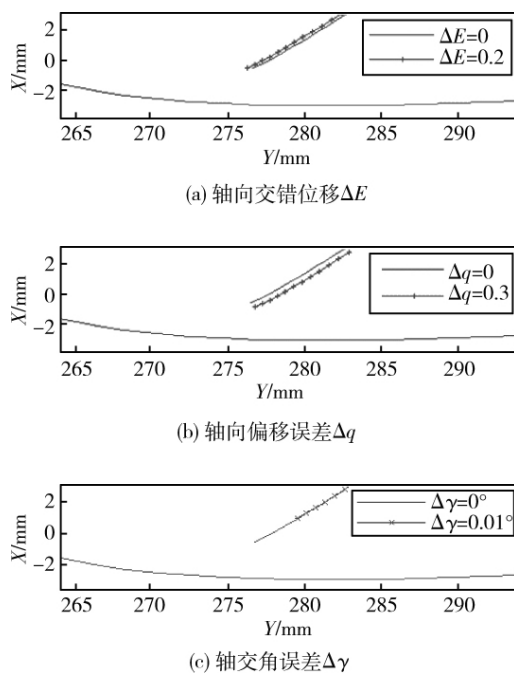


图 9 各种安装误差下的啮合轨迹

Fig. 9 Contact pattern with assembly errors

5 结 论

根据空间啮合理论,模拟被加工面齿轮与产形齿轮的啮合运动,推导弧线齿面齿轮的齿面方程;分析了在普通多轴联动数控机床上加工弧线齿面齿轮的实现方法;建立了考虑安装误差的面齿轮副接触分析模型,比较了面齿轮修形前后其齿面接触轨迹和传动误差的变化情况.计算结果表明,通过对弧线齿面齿轮齿面修形,可以改善面齿轮副的传动性能.

参考文献:

- [1] Litvin F L, Fuentes A. Gear geometry and applied theory [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [2] Litvin F L, Fuentes A, Zanzi C, et al. Design, generation, and stress analysis of two versions of geometry of face-gear drives[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37 (10): 1179-1211.
- [3] Litvin F L, Gonzalez-Perez I, Fuentes A, et al. Design, generation and stress analysis of face-gear drive with helical pinion[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194 (36-38): 3870-3901.
- [4] Chang S H, Chung T D, Lu S S. Tooth contact analysis of face-gear drives[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2000, 42 (3): 487-502.
- [5] 朱如鹏, 高德平. 在面齿轮设计中避免根切和齿顶变尖的设计方法的研究[J]. 中国机械工程, 1999, 10 (11): 1274-1276.

ZHU Rupeng, GAO Deping. Study on the method of avoi-

- ding dedendum undercutting and addendum pointing in face gear design[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(11):1274-1276. (in Chinese)
- [6] 沈云波,方宗德,赵宁,等.斜齿面齿轮齿宽的设计[J].航空动力学报,2008,23(4):754-758.
SHEN Yunbo, FANG Zongde, ZHAO Ning, et al. The design of face width of the face-gear drives with helical pinion[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(4):754-758. (in Chinese)
- [7] 赵宁,曾晓春,郭辉,等.斜齿面齿轮齿面仿真及其轮齿接触分析[J].航空动力学报,2008,23(10):1927-1932.
ZHAO Ning, ZENG Xiaochun, Guo Hui, et al. Tooth contact analysis of face gear drive with helical pinion and simulation of the tooth face[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(10):1927-1932. (in Chinese)
- [8] 方宗德,沈云波.弧线齿面齿轮副及其加工方法:中国,200710017256[P],2010-05-19.
- [9] 方宗德,曹雪梅,沈云波.弧线齿面齿轮的齿面设计与加工[J].航空动力学报,2010,1(25):224-227.
FANG Zongde, CAO Xuemei, SHEN Yunbo. Tooth surface design and manufacture for spiral bevel face gear[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 1(25):224-227. (in Chinese)
- [10] 苏进展,方宗德,曹雪梅.成形法加工的弧线齿面齿轮几何接触分析[J].航空动力学报,2010,25(6):1427-1431.
SU Jinzhan, FANG Zongde, CAO Xuemei. Tooth contact analysis of face gear drive with curvilinear shaped tooth by format cutting[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(6):1427-1431. (in Chinese)
- [11] 苏进展,方宗德,曹雪梅.刀倾法数控加工机床调整参数转换[J].农业机械学报,2009,40(11):223-226.
SU Jinzhan, FANG Zongde, CAO Xuemei. NC machine settings transformation for tilt method[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(11):223-226. (in Chinese)
- [12] 王小椿,吴联银,李彬,等.基于空间运动学的传统机床与Free-Form型机床运动转换方法的研究[J].机械工程学报,2001,37(4):93-98.
WANG Xiaochun, WU Lianyin, LI Bin, et al. Study on kinematic transformation from traditional machine tool to Free-Form ones based of spatial kinematics[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2001, 37(4):93-98. (in Chinese)
- [13] 马振群,王小椿.一种高性能重载齿轮的研究[J].西安交通大学学报,2002,36(3):282-286.
MA Zhenqun, WANG Xiaochun. Research on a highly durable and heavy duty gearing[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2002, 36(3):282-286. (in Chinese)